

Exercice I.1 (*Nombre d'objets à coder et taille de la représentation*)

1. Combien d'objets sont codables (représentables de manière conventionnelle) avec 1 bit, 8 bits, n bits ?
2. On souhaite pouvoir coder 1000 objets. Combien de bits sont nécessaires ?
3. Si l'on veut associer un code binaire à chacun des 60.000.000 de français, combien d'octets seront nécessaires ? Effectuez d'abord un calcul approximatif en utilisant l'approximation $2^{10} \approx 1000$ puis vérifiez à l'aide d'un calcul exact.

Exercice I.2 (*Mesure de capacité*)

Classez les mesures de capacité suivantes par ordre croissant : 100 bits, 10 octets, 4 Ko, 1Mo, 1 Go, 4000 octets, 1000 Mo.

Exercice I.3 (*Codage*)

1. Une image est un ensemble de points colorés (les pixels) : si la palette utilisée comporte 32768 couleurs, combien de bits sont nécessaires pour coder ces couleurs ?
2. Un livre comporte 500 pages, chacune composée de 80 colonnes et 40 lignes. Un caractère est codé sur un octet. Pourra-t-on, sans utiliser de logiciels de compression, stocker ce livre sur une disquette de 1,44 Mo ?
3. Une photo haute résolution comporte 720x480 pixels, la couleur de chaque pixel étant codée sur 24 bits. Pourra-t-on la stocker telle quelle (format bitmap) sur une disquette de 1,44 Mo ?

Exercice I.4 (*Codage*)

En 2006, Sainul Abideen publiait un article pour stocker des données sur du papier. Il utilisait différentes formes (des ronds, des carrés, des triangles...). Nous considérons dans cet exercice l'ensemble de symboles suivant : $E = \{\circ, \otimes, \oplus, *, \square, \nabla, \diamond, \triangle\}$.

1. Calculez le nombre n de bits nécessaires pour représenter ces huit symboles en binaire.
2. Sans changer l'ordre, proposez un codage des symboles de E par des suites de n bits. Représentez $\triangle\square\triangle$ dans votre représentation. A l'inverse, expliquez comment votre codage permet de représenter la suite de 12 bits suivante à l'aide de 4 symboles de E : 100101110001. Est-ce généralisable à toute suite de 12 bits ?
3. On considère des post-its sur lesquels on peut écrire jusqu'à 24 symboles de E . Quelle est la capacité d'un post-it en bits ? en octets ? Détaillez vos calculs.
4. Nous considérons à présent le codage suivant des symboles de E :

$$\begin{array}{cccccccc} \circ & \rightarrow & 0 & \otimes & \rightarrow & 1 & \oplus & \rightarrow & 10 & * & \rightarrow & 11 \\ \square & \rightarrow & 100 & \nabla & \rightarrow & 101 & \diamond & \rightarrow & 110 & \triangle & \rightarrow & 111 \end{array}$$

Peut-on coder une suite x_1, \dots, x_n de n symboles de E en juxtaposant les codages binaires des éléments de la suite sans ambiguïté ? Justifiez votre réponse.

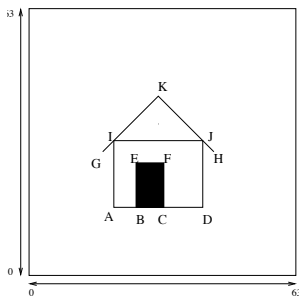
Actuellement une imprimante utilise une matrice de points pour imprimer une image. Admettons que nous prenions une image de 10x10 pixel pour chaque image afin qu'on puisse les distinguer.

5. Combien de combinaisons pouvez-vous faire avec un tel carré ? (Déduisez la capacité de stockage d'un pictogramme)
6. Qu'en déduisez-vous sur la possibilité d'utiliser la méthode de Sainul Abideen avec les imprimantes et scanners actuels ?

Exercice I.5 (*Dessin*)

On souhaite effectuer des dessins sur une grille carrée comprenant 64×64 cases (ou pixels). Chaque point est repéré par un couple d'entiers (x, y) où x et y sont compris entre 0 et 63. On supposera que x et y sont écrits en binaire.

- Combien faut-il de bits pour coder un point ? On suppose que les dessins seront composés de trois types d'éléments : des segments, des rectangles dont les côtés sont parallèles aux axes et qui pourront être pleins ou vides. Ainsi, le dessin de la figure ci-dessous est composé d'un rectangle vide ADJI, d'un rectangle plein BCFE et de deux segments GK et KH.



- Un segment AB dont les extrémités ont pour coordonnées (x_A, y_A) et (x_B, y_B) sera représenté par 4 octets $01x_A 01y_A 01x_B 01y_B$.
- Un rectangle vide ABCD dont deux sommets opposés sont A et C sera représenté par 4 octets $10x_A 10y_A 10x_C 10y_C$.
- Un rectangle plein ABCD dont deux sommets opposés sont A et C sera représenté par les 4 octets $11x_A 11y_A 11x_C 11y_C$.
- Un dessin est représenté par la suite des représentations des éléments qui le compose.

On remarque donc qu'on peut savoir si un octet code un élément d'un segment s'il commence par 01, un élément d'un rectangle vide s'il commence par 10 et un élément d'un rectangle plein s'il commence par 11.

- Indiquez quel dessin est représenté par le codage suivant $10001111 10001111 10101111 10101111 01001111 01001111 01101111 01101111 01001111 01101111 01101111 01001111$
- Combien faut-il de bits pour représenter le dessin de la figure ? On suppose que les $64 \times 64 = 4096$ pixels de la grille sont numérotés selon un ordre conventionnel (par exemple de gauche à droite et de haut en bas). Dans une représentation bitmap, un dessin (en noir et blanc) est représenté par une suite de bits $b_1 \dots b_n$ dont le i -ième bit b_i est égal à 0 si le i -ème pixel du dessin est blanc et 1 s'il est noir.
- Combien faut-il de bits pour représenter le dessin de la figure dans une représentation bitmap ? On souhaite enrichir les codages possibles en représentant directement des lignes brisées $A_1 A_2 \dots A_k$ (c'est-à-dire des réunions de segments $A_1 A_2, A_2 A_3, \dots, A_{k-1} A_k$).
- Indiquez comment on pourrait étendre le codage ci-dessus pour représenter de telles lignes brisées ? Indication : les extrémités de la ligne pourront être repérées par 01 et les points intérieurs par 00. Combien faudrait-il alors de bits pour représenter le dessin de la figure ?

Exercice I.6 (*Bonus*)

En août 2011, Blizzard Entertainment, développeur du jeu vidéo World of Warcraft, a annoncé qu'ils allaient mettre en place un système permettant à chaque personnage du jeu de stocker 80 objets supplémentaires dans un emplacement spécial (une sorte de coffre en banque appelé void storage).

- Sachant qu'il existe environ 80 000 objets différents dans le jeu, combien faut il de bits pour coder un objet à l'aide d'un code unique ?

2. Il y a en ce moment environ 10 millions d'abonnés à World of Warcraft, chaque abonné peut avoir jusqu'à 50 personnages différents. Estimez la quantité totale de mémoire nécessaire (en giga-octets) pour stocker les identifiants des 80 objets supplémentaires sur tous ces personnages. Après avoir présenté ce nouveau stockage, Blizzard a précisé que seuls les identifiants des objets seront stockés. Les modifications éventuelles que les joueurs peuvent apporter aux objets ne seront pas conservées. Les différentes modifications que l'on peut apporter à un objet sont les suivantes :
 - le nom du créateur de l'objet (le nom d'un personnage, d'au plus 12 caractères, on considèrera qu'il faut un octet par caractère) ;
 - un enchantement parmi environ 1000 possibilités ;
 - au plus trois gemmes serties sur l'objet parmi environ 1000 possibilités pour chacune des gemmes.La description complète d'un objet est donc la donnée du code désignant l'objet de base parmi les 80 000 possibles, le nom du créateur, un code désignant l'enchantement associé parmi les 1000 possibles et 3 codes désignant chaque gemme parmi les 1000 possibles.
3. Combien d'octets faut-il pour représenter entièrement la description d'un objet avec tous ses paramètres personnalisés ?
4. Combien de mémoire (en giga-octets) serait nécessaire pour pouvoir mémoriser la description complète de 80 objets sur chacun des personnages du jeu (50 personnages par joueur, 10 millions de joueurs) ? La raison officielle pour laquelle les modifications des objets ne seront pas mémorisées dans le void storage est que cela prendrait beaucoup trop de place.
5. En comparant la mémoire nécessaire pour stocker entièrement les objets supplémentaires (question précédente) à l'ordre de grandeur de la capacité d'un disque dur couramment trouvé dans un ordinateur actuel, que pensez-vous de ce commentaire venant d'une entreprise ayant des dizaines de serveurs dédiés à un jeu qui leur rapporte environ un milliard d'euros par an ?