

III. Calculs booléens et circuits logiques

Exercice III.1

1. Combien y a-t-il de fonctions booléennes à deux variables ?
2. Même question avec les fonctions booléennes à n variables.
3. Montrer que la négation et la disjonction sont suffisantes pour les coder toutes.
4. Même question avec :
 - (a) la négation et la conjonction
 - (b) la porte NAND
 - (c) la porte NOR.

Exercice III.2 Montrer que $\bar{x}.y + x.\bar{y} + x.y$ est équivalent à $x + y$

1. en écrivant les tables de vérité des deux expressions.
2. en utilisant les propriétés algébriques de la conjonction et de la disjonction.

Exercice III.3 Ecrire la négation de l'expression $(q \rightarrow (p \vee r)) \rightarrow (p \rightarrow q)$ sous la forme la plus simple possible.

Exercice III.4 Donner les formes normales disjonctives, conjonctives et dessiner le circuit de la fonction.

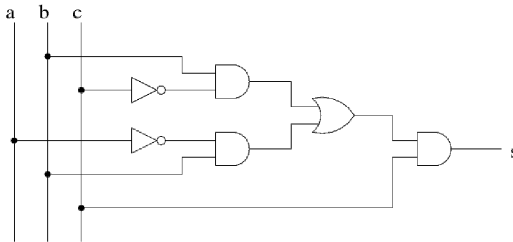
$$(a.\bar{b} + \bar{c}).(\bar{a} + b)$$

Exercice III.5 (Karnaugh)

Donner les formes normales conjonctives et disjonctives et dessiner le circuit des fonctions suivantes.

- $f_1(x, y, z)$: est vrai si le nombre de variables égales à 1 est pair.
- $f_2(x, y, z)$: est vrai si une seule variable est égale à 1.
- $f_3(x, y, z)$: est vrai si $xyz_{(2)}$ est supérieur à 5.

Exercice III.6 Soit le schéma suivant :



1. Calculer la table de vérité du circuit
2. Ecrire la fonction simplifiée à l'aide de la table de Karnaugh.
3. Dessiner le nouveau circuit.

Exercice III.7 Le règlement du club le logiciel distrait est donné par :

- Les membres de la direction financière sont choisis parmi ceux de la direction générale,
- personne ne peut être membre de la direction générale et de la direction de la bibliothèque s'il n'est membre de la direction financière,
- Aucun membre de la direction de la bibliothèque ne peut être membre de la direction financière.

Montrer qu'on peut simplifier les deux derniers points du règlement en : *aucun membre de la direction générale peut être membre de la direction.*

Exercice III.8 Vous êtes Alice aux pays des merveilles. Vous arrivez avec un endroit avec deux directions opposées. Vous voyez deux jumeaux un qui raconte la vérité et l'autre ne fait que mentir. Vous avez droit à une question. Quelle est la question que vous devez poser pour aller dans la bonne direction ?

Si vous posez C le bon chemin. Utilisez la logique pour connaître la bonne direction.

Exercice III.9 Brown, Jones et Smith sont prévenus de fraude fiscale. Ils prêtent serment de la manière suivante :

1. BROWN : Jones est coupable et Smith est innocent.
2. JONES : si Brown est coupable, alors Smith aussi
3. SMITH : je suis innocent, mais au moins l'un des deux autres est coupable.
4. Soit B, J, S les énoncés : "Brown est innocent", "Jones est innocent", "Smith est innocent".

Exprimer le témoignage de chacun des suspects dans le symbolisme logique. Calculer les valeurs de vérité des trois formules obtenues, puis répondre aux questions suivantes :

1. les témoignages sont-ils compatibles ?
2. quel témoignage d'un suspect découle de celui d'un autre ?
3. en supposant que tous sont innocents, lequel aurait produit un faux serment ?
4. en supposant que le témoignage de chacun des suspects est vrai qui est innocent, qui est coupable ?
5. en supposant que l'innocent a dit la vérité et que le coupable a menti, qui est innocent et qui est coupable ?